

УДК 631.362.3

С.П. Степаненко, канд. техн. наук

Національний науковий центр “Інститут механізації та електрифікації сільського господарства”

Математичне моделювання коливального руху зернівки на решітному стані вібропневматичного сепаратора

Аналітично досліджено та системно проаналізовано рух решітного стану вібропневматичного сепаратора для зерна і насіння. Виведені диференційні рівняння коливального руху робочої поверхні вібропневматичного сепаратора.

моделювання, коливальний рух, сепарація

Проблема

Взаємодією зернового середовища та робочих органів зерноочисних машин, взагалі, займалося багато відомих вчених, присвячена дуже велика кількість теоретичних досліджень. Але дані досліджень обмежувались розглядом дії сил тертя та нормальної реакції опори на натуральну точку [1, 2].

Під час протікання процесу сепарації на решітному стані відбувається складний технологічний процес, який ускладнюється внутрішньозарядковими процесами, ймовірними процесами руху зерна в отвори решітного стану, передачею імпульсної енергії від робочої поверхні до зернини та зернового шару в цілому. В кінцевому результаті ці фактори впливають на роботу машини та на пропускну здатність решітного стану сепаратора. Також треба приділити увагу процесам інтенсифікації на решітних поверхнях, які теж впливають, як на продуктивність сепаратора, так і на якість його роботи.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Аналітичним дослідженням руху решета у складі машинних агрегатів, в тому числі зернозбиральних, та машин для післязбиральної обробки зернових було приділено достатньо уваги як закордонними, так і вітчизняними науковцями. Однак, на жаль, дослідженням коливального руху решітного стану вібропневматичних сепараторів не було приділено належної уваги.

Мета дослідження

Аналітичні дослідження впливу коливального руху решітного стану вібропневматичного сепаратора на якісні показники його роботи.

Результати дослідження

Математичне моделювання коливального руху зернини на поверхні решітного стану вібропневматичного сепаратора, розробленого в ННЦ «ІМЕСГ» [3, 4], розглянемо на побудованій схемі, рис.1.

При аналізі роботи решітного стану сепаратора було визначено, що найбільш важливими будуть коливання робочої поверхні та імпульсно-періодична передача

енергії по висоті віброзріданого шару від віброзбуджувача, а також часткова передача коливань від розпушувачів-інтенсифікаторів [4], з нижніх ущільнених шарів до верхніх більш розпушених шарів зернового середовища, що в достатній мірі підвищує пористість динамічного середовища, як показали попередні дослідження [4, 5].

В статті наведений розв'язок даної задачі, коли решітний стан кріпиться на 4-х рухомих опорах і приводиться в дію від віброзбуджувача з амплітудою A та прикладеною до нього силою інерції

$$I = m \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (1)$$

де m – маса частки зерна, кг;

A – амплітуда коливань решітного стану, м;

ω – частота коливань, с^{-1} ;

t – час сепарації, с.

Представимо вібропневматичний сепаратор у вигляді плоскої моделі на двох однакових рухомих опорах, сам сепаратор віднесено до нерухомої відносно поверхні току системи координат (рис.1).

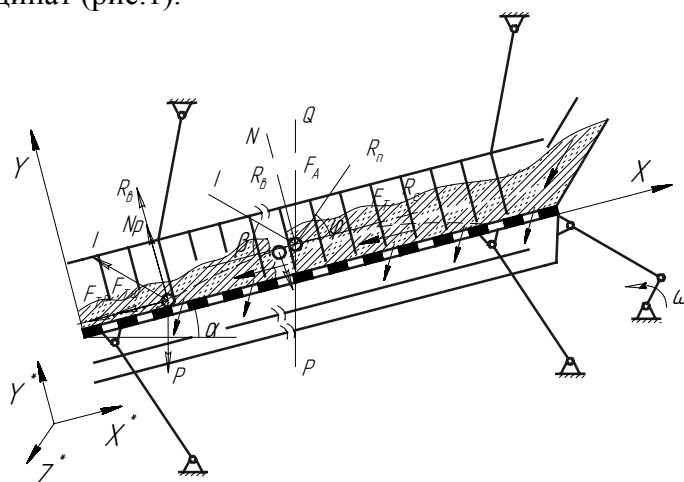


Рисунок 1 – Схема силової взаємодії на частку зерна в динамічній моделі вібропневматичного сепаратора

Для спрощення побудови математичної моделі руху зернини на коливальній поверхні решітного стану та аналітичного виведення диференціальних рівнянь, а також системного аналізу коливальних рухів решітної поверхні вібропневмосепаратора, зробимо ряд припущень [5]:

– частинка зерна, до якої прикладено сили, які діють в системі «зернова суміш-решето», відмінна за питомою вагою від усіх часток зернової суміші;

– коливальний рух, який передається від віброзбуджувача решітному стану сепаратора, здійснює поздовжні коливання за законом:

$$X_{np} = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_o), \quad (2)$$

де ϕ_o – фазовий кут відхилення ексцентрикового валу, рад;

– повітряний потік, який нагнітається під робочою поверхнею решітного стану, направлений перпендикулярно поверхні решета та сталий по площі поверхні, яка просівається і діє на частку з силою:

$$P_b = f(Re) \cdot F_m \cdot \frac{\rho_n}{2} \cdot (V - V_b)^2, \quad (3)$$

де $f(Re)$ – коефіцієнт опору, який є функцією Рейнольдса;

F_m – міделевий переріз частки зерна, м^2 ;

ρ_n – густина повітряного потоку, $\text{кг}/\text{м}^3$;

V , V_b – відповідна швидкість зернини над робочою поверхнею решета та швидкість повітряного потоку в шарі зерна, м/с;

$$f(Re) = 13 / \sqrt{\varepsilon^{2.6} \cdot \frac{V_b}{\nu} \cdot d}; \quad (4)$$

де ε – пористість шару в статичному стані;

d – еквівалентний діаметр зернини, м;

– розглядаючи зернову суміш, як вібров'язке середовище, припустимо, що на частку зерна діє сила опору вібров'язкого середовища, яка за своїм характером відповідає закону Стокса:

$$F_{on} = 3 \cdot \pi \cdot \nu \cdot \rho_n \cdot d \cdot V, \quad (5)$$

де ν – коефіцієнт опору вібров'язкого середовища (кінематична в'язкість);

– для збільшення пористості зернової суміші, а відповідно і вертикального переміщення повноцінних зерен в шарі, було прийнято рішення [6] штучно інтенсифікувати зерновий шар за рахунок введення в нього пасивних розпушувачів, які діють на частку з силою Q [5]:

$$Q = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_q^2 \cdot \rho_n \cdot g \cdot (H_u - h(t) - r_q) \cdot [1 + 2 \cdot tg^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})], \quad (6)$$

де r_q – еквівалентний радіус частки, м;

g – гравітаційна стала, м/с²;

H_u – висота зернового шару, м;

$y = h(t)$ – початкова висота зернівки, яка є функцією часу, м;

φ – внутрішній кут тертя.

Враховуючи дані припущення та проєцюючи відповідні сили на декартові вісі координат, пріоритетною виберемо вісь y , так як найбільш цікавим для аналітичних досліджень є вертикальне переміщення частки в зерновому воросі, а також після узагальнення необхідних сил отримаємо диференціальне рівняння 2-го порядку в наступному вигляді:

$$m \cdot \ddot{y} - R_y \cdot \dot{y} + Q1 \cdot y = L + C1 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (7)$$

де $R_y = 3 \cdot \pi \cdot \rho_n \cdot d$ – узагальнюючий коефіцієнт ефективної вібров'язкості;

$Q1$ – складова виштовхуючої сили, від дії розпушуючих елементів в зерновому шарі

$$\begin{aligned} Q1 &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_q^2 \cdot \rho_c(\varepsilon) \cdot g \cdot \frac{\sum n_i \cdot S_{IIIi}}{F_p} \cdot \left[1 + 2 \cdot tg^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \right] \cdot \sin \alpha; \\ L &= m \cdot (\Delta - 1) \cdot g \cdot \cos \alpha + f(Re) \cdot F_m \cdot \rho_n \cdot \frac{V_B^2}{2} + \\ &+ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_q^2 \cdot \rho_c(\varepsilon) \cdot g \cdot \frac{\sum n_i \cdot S_{IIIi}}{F_p} \cdot (H_u - r_q) \cdot \left[1 + 2 \cdot tg^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \right] \cdot \sin \alpha; \\ C1 &= m \cdot (\Delta - 1) \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta, \end{aligned}$$

де $\rho_c(\varepsilon)$ – динамічна густина середовища, що є функцією пористості, кг/м³;

α – кут нахилу площини до горизонту, град.;

β – кут між напрямком коливань і площиною (кут вібрацій), град.;

$\sum n_i \cdot S_{IIIi}$ – сумарна площа поперечних перерізів штифтових розпушувачів, м²;

n_i – щільність встановлених пасивних розпушувачів на 1 дм² решета, шт/дм².;

S_{IIIi} – площа поперечного перерізу штифтового розпушувача, м²;

F_p – робоча площа решета, м²;

$d_{ш}$ – діаметр штифтового розпушувача, м.

Відомо, що загальний розв'язок диференціального рівняння (7) буде дорівнювати:

$$y = y_{одн.} + y_{част.}, \quad (8)$$

де $y_{одн.}$ - розв'язок однорідного диференціального рівняння такого вигляду:

$$m \cdot \ddot{y} - R_y \cdot \dot{y} + Q1 \cdot y = 0, \quad (9)$$

а $y_{част}$ – частковий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння, що залежить від правої частини рівняння.

Відповідно до теорії лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами [7] загальний розв'язок диференціального рівняння (9) має вигляд:

1. Якщо корені характеристичного рівняння дійсні та різні, тобто $y_{1одн.}, y_{2одн.} > 0$ та $y_{1одн.} \neq y_{2одн.}$:

$$y_{одн.} = C_1 \cdot e^{y_{1,t}} + C_2 \cdot e^{y_{2,t}}; \quad y_{1,2} = \frac{R_y \pm \sqrt{R_y^2 - 4 \cdot m \cdot Q1}}{2 \cdot m}; \quad (10)$$

2. Якщо корені характеристичного рівняння дійсні та рівні, тобто $y_{1одн.}, y_{2одн.} > 0$ та $y_{1одн.} = y_{2одн.}$:

$$y_{одн.} = e^{y_{1,2,t}} \cdot (C_1 \cdot t + C_2); \quad (11)$$

3. Якщо корені комплексні числа та $y_{1одн.} \neq y_{2одн.}$, а $y_{1,2} = \alpha \pm \beta \cdot i$:

$$y_{1,2} = \frac{R_y}{2 \cdot m} \pm i \cdot \sqrt{4 \cdot m \cdot Q1 - R_y^2};$$
$$y_{одн.} = e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \cos(\beta \cdot t) + C_2 \cdot \sin(\beta \cdot t)), \quad (12)$$

де $\alpha = \frac{R_y}{2 \cdot m}$; $\beta = \sqrt{4 \cdot m \cdot Q1 - R_y^2}$;

C_1, C_2 – у рівняннях (9)-(12) – довільні сталі, які можна визначити з початкових умов.

Наступним кроком визначимо частковий розв'язок диференціального рівняння (7), який залежить від характеру руху робочої поверхні решітного стану сепаратора, рівняння (2).

Виходячи з цього, частковий розв'язок рівняння (7) визначено у наступному вигляді [8]:

$$y_{част} = A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (13)$$

де A, B – невідомі коефіцієнти.

Для визначення коефіцієнтів A і B необхідно взяти першу та другу похідну від часткового розв'язку рівняння (13), прирівняти, відповідно, коефіцієнти при $\cos(\omega \cdot t)$, $\sin(\omega \cdot t)$ в лівій і правій частині даного рівняння.

В результаті отримаємо наступні значення даних коефіцієнтів:

$$A = \frac{C_1 \cdot R_y \cdot \omega}{R_y^2 \cdot \omega^2 + (Q1 - m \cdot \omega^2) \cdot (Q1 - m)}; \quad (14)$$

$$B = \frac{C1 \cdot (Q1 - m \cdot \omega^2)}{R_y^2 \cdot \omega^2 + (Q1 - m \cdot \omega^2) \cdot (Q1 - m)}. \quad (15)$$

Отже, якщо відомі коефіцієнти A і B , та частковий розв'язок рівняння (7) можна записати в загальному вигляді, при цьому враховуючи загальні властивості тригонометричних функцій:

$$y_{\text{част}} = Z \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi), \quad (16)$$

$$\text{де } Z = \sqrt{A^2 + B^2}; \sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Як видно з рівняння (16) описується вимушене коливання робочої поверхні решітного стану сепаратора з амплітудою Z та частотою ω .

Виходячи з вищенаведеного, загальний розв'язок рівняння (7) можна записати в наступному вигляді:

1. Якщо коефіцієнт опору вібров'язкого середовища $R_y > 2 \cdot \sqrt{m \cdot Ql}$, то:

$$y(t) = C_1 \cdot e^{y_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{y_2 \cdot t} + A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{L}{Ql} \quad (17)$$

$$\text{або} \quad y(t) = C_1 \cdot e^{y_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{y_2 \cdot t} + Z \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + \frac{L}{Ql}; \quad (18)$$

2. Якщо коефіцієнт опору вібров'язкого середовища $R_y = 2 \cdot \sqrt{m \cdot Ql}$, то:

$$y(t) = e^{y_{1,2} \cdot t} \cdot (C_1 \cdot t + C_2) + A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{L}{Ql} \quad (19)$$

$$\text{або} \quad y(t) = C_1 \cdot e^{y_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{y_2 \cdot t} + Z \cdot \sin(\omega t + \varphi) + \frac{L}{Ql}; \quad (20)$$

3. Якщо коефіцієнт опору $R_y < 2 \cdot \sqrt{m \cdot Ql}$, відповідно корені рівняння комплексні, та розв'язок запишемо в наступній формі:

$$y(t) = e^{\frac{R_y}{2 \cdot m} \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \cos(\beta \cdot t) + C_2 \cdot \sin(\beta \cdot t)) + A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{L}{Ql}, \quad (21)$$

$$\text{де } \beta = \sqrt{4 \cdot m \cdot Ql - R_y^2};$$

$$\text{або} \quad y(t) = e^{\frac{R_y}{2 \cdot m} \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \cos(\beta \cdot t) + C_2 \cdot \sin(\beta \cdot t)) + Z \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + \frac{L}{Ql}. \quad (22)$$

Довільні сталі в рівняннях (17)-(22) визначаються з початкових умов процесу вібропневматичної сепарації зернових сумішей:

$$\text{при} \quad t = 0; y = 0; \dot{y} = V_{y0}. \quad (23)$$

Розглянемо критичний випадок, рівняння (21)-(22) при $t \rightarrow \infty$, то досить швидко неколивальні рухи згасають і частинка зерна після деякого проміжку часу підкорюється виразу:

$$y(t) \approx Z \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + \frac{L}{Ql}. \quad (24)$$

Це дає змогу побачити, що відбуваються лише вимушені коливання робочої поверхні решета.

Визначимо довільні сталі C_1 та C_2 для рівняння (21) при початкових умовах (23):

$$C_1 = -\frac{L}{Ql} - \frac{C_1 \cdot R_y \cdot \omega}{R_y^2 \cdot \omega^2 + (Ql - m \cdot \omega^2) \cdot (Ql - m)}; \quad (25)$$

$$C_2 = \left[V_{y0} + \frac{R_y \cdot L}{2 \cdot m \cdot Ql} + \frac{C_1 \cdot R_y^2 \cdot 0,5 - C_1 \cdot (Ql - m \cdot \omega^2) \cdot \omega}{R_y^2 \cdot \omega^2 + (Ql - m \cdot \omega^2) \cdot (Ql - m)} \right] \cdot (4 \cdot m \cdot Ql - R_y^2)^{-\frac{1}{2}}. \quad (26)$$

Підставивши отримані значення довільних сталих C_1 та C_2 в рівняння (20), отримаємо загальний розв'язок рівняння (7) з початковими умовами.

Для побудови графіка коливального руху частинки зерна над робочою поверхнею решітного стану вібропневматичного сепаратора у вертикальній площині, прийнемо наступні значення його конструктивно-кінематичних параметрів: $d_3 = 4 \cdot 10^{-3}$ м; $P_b = 1,21$ кг/м³; $P_n = 740$ кг/м³; $P_q = 1400$ кг/м³; $\nu = 1,51 \cdot 10^{-5}$ (м²/с); $\eta = 1,82 \cdot 10^{-5}$ (Н·с/м²); $A = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $\omega = 60$ с⁻¹; $V_b = 0 \dots 1,5$ м/с; $m = 47 \cdot 10^{-6}$ кг; $g = 9,81$ м/с²; $\varepsilon_{ст} = 0,45$; $r_q = d_e/2$; $H_{ш} = 25 \cdot 10^{-3}$ м; $\varphi = 0,6$; $y(0) = 0$.

Для визначення характеру руху частинки зерна побудуємо графік залежності його вертикального переміщення від часу сепарації на робочій поверхні решітного стану.

З графіка, наведеного на рис.2 та рис.3, можна визначити, що у початковий момент часу (0 - 0,7с) відбирається неколивальний рух частки, тобто рух піддається закону $y(t) = e^{a \cdot t}$. Припустимо, що частка рухається по поверхні зернового матеріалу та занурюється по експоненціальному закону. Після того, як коливальний рух стабілізувався та тиск повітря, що нагнітається, став стабільним в кожній точці решета, рух частки у вертикальній площині підпорядковується закону вимушених гармонійних коливань при $t \rightarrow \infty$.

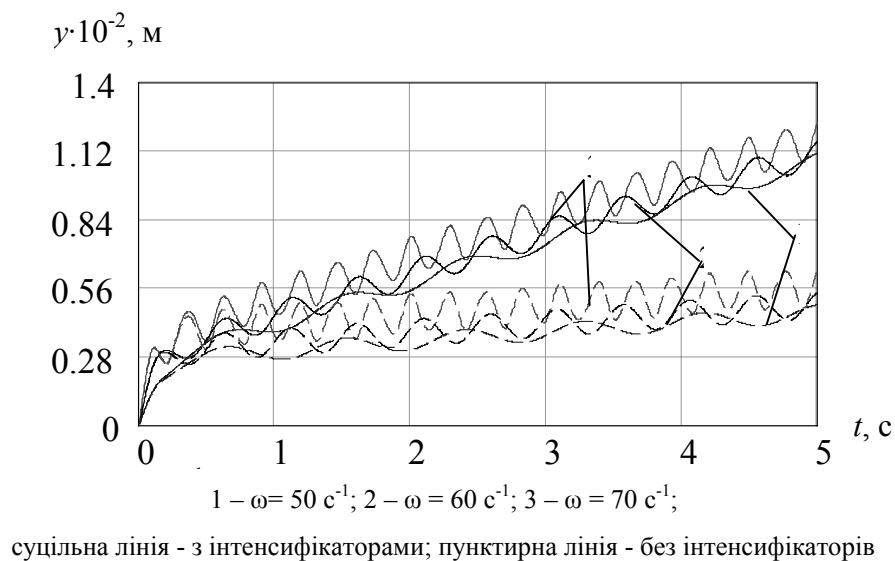


Рисунок 2 – Графік залежності вертикального переміщення частки

зерна по осі y від часу вібропневматичної сепарації t при різних значеннях кінематичного режиму

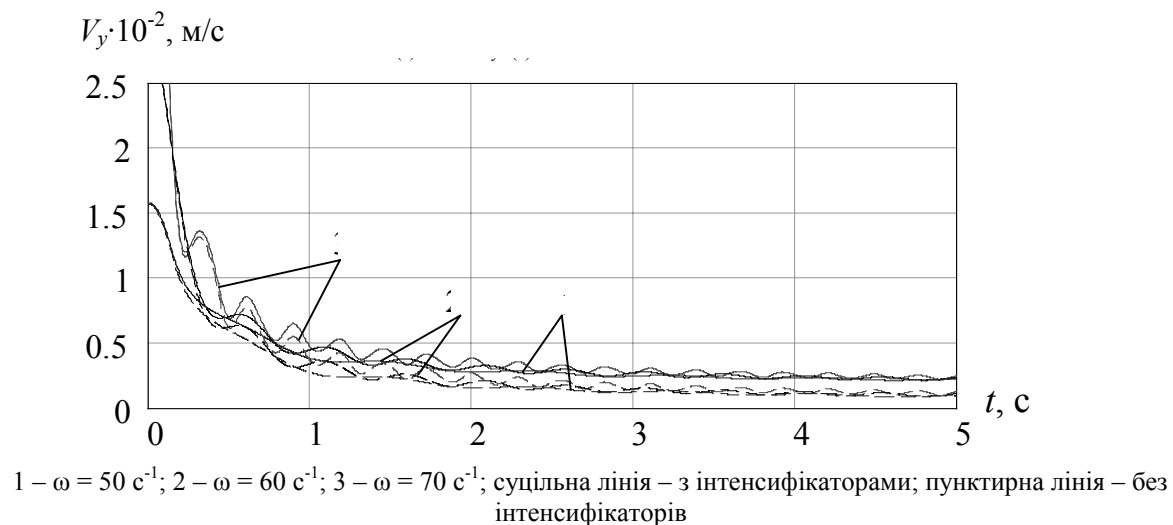


Рисунок 3 – Графік залежності швидкості переміщення частки всередині шару по осі y від часу сепарації t при різних значеннях кінематичного режиму

Висновки

Таким чином, запропоновані аналітичні дослідження для визначення поведінки руху частки у вібропневматичному зерновому середовищі. Це дає змогу реально визначити та обґрунтувати нові робочі органи для підвищення пропускної здатності решітних поверхонь. Застосування даних досліджень на практиці дає змогу покращити якість вібропневматичної сепарації зерна і насіння.

Список літератури

1. Василенко П. М. Теория движения частиц по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. – К.: 1960. – 283 с.
2. Гортинский В. В., Демский А. Б., Борискин М. А. Процессы сепарации на зерноперерабатывающих предприятиях. - М.: Колос, 1980. – 303с.
3. Патент на корисну модель № 18056 Україна (UA), МПК (2006) B07B1/28. Спосіб сепарації зернових матеріалів. С.П. Степаненко, Б.І. Котов, М.Г. Пастушенко (Україна); ННЦ "ІМЕСГ" УААН (Україна). - № U2006 05352, Заявл. 16.05.2006, Опубл. 16.10.2006, Бюл. №10, - 4 с.: іл.
4. С.П. Степаненко. Вплив параметрів пасивних розпушувачів на ефективність вібропневматичної сепарації зерна. Праці Таврійської державної агротехнічної академії – Вип.41. – Мелітополь: ТДАТА, 2006. – С. 153-160.
5. Б.І. Котов, С.П. Степаненко, Р.А. Калініченко. Теоретичне обґрунтування руху частинки зерна на вібропневморешеті при дії розпушуючих робочих органів // Науковий вісник Національного аграрного університету. – К.: 2007. – Вип. 115. С. 112-117.
6. Патент на корисну модель № 18083 Україна (UA), МПК (2006) B07B4/08. ЗерносеPARATOR. С.П. Степаненко, Б.І. Котов, С.П. Погорілий (Україна); ННЦ "ІМЕСГ" УААН (Україна). - № U2006 05566, Заявл. 22.05.2006. Опубл. 16.10.2006, Бюл. № 10, - 4 с.: іл.
7. Гусак А.А., Гусак Г.М. Справочник по высшей математике: Справ. – Мн.: Наука і техніка, 1991. – 480 с.
8. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: 1965 г. - 704 с.

Аналитически исследовано и системно проанализировано движение решетного стана вибропневматического сепаратора для зерна. Выведены дифференциальные уравнения колебательного движения рабочей поверхности вибропневматического сепаратора.

It is analytically investigated and system movement sieve a camp vibrating a pneumatic separator for grain is analysed. The differential equations of oscillatory movement of a working surface vibrating a pneumatic separator a are deduced.